Protocoles de communication robustes

Olivier Gossner*

Lorsque des possibilités de communication existent, un protocole désigne un ensemble de règles utilisées par les agents pour échanger de l'information. Nous définissons un protocole robuste comme un protocole duquel aucun agent n'a intérêt à dévier, et caractérisons ces protocoles.

ROBUST PROTOCOLS

Whenever communication is possible, a protocol is a set of rules that describes how players exchange information. We define a robust protocol as a protocol from which no player has incentives to deviate, and characterize these protocols.

Classification *JEL* : C70, C72

INTRODUCTION

Afin de comprendre le comportement d'agents (joueurs) dans des situations stratégiques (jeux), et notamment lorsqu'on veut tenir compte de possibilités de coordination, il est souvent utile de faire appel à des modèles de jeux précédés par une étape pendant laquelle les joueurs communiquent.

Lorsque des joueurs communiquent, ils sont conduits à partager de l'information. S'ils utilisent ensuite cette information afin de prendre des décisions dans un jeu, le concept d'équilibre qui s'applique est celui d'équilibre en communication (Forges [1986]). La distribution sur les actions d'un jeu dans un équilibre en communication est aussi une distribution d'équilibre corrélé de ce jeu (Aumann [1974] et [1987]). Communiquer permet donc de jouer une distribution d'équilibre corrélé plutôt qu'un équilibre de Nash.

Par conséquent, une possibilité de communication avant un jeu dont une distribution d'équilibre corrélé Paréto domine fortement tous les équilibres de Nash peut bénéficier à tous les joueurs. Les joueurs ont intérêt à se mettre d'accord sur des règles permettant d'échanger de l'information, mais comment être sûr qu'une fois ces règles fixées tous vont effectivement s'y confronter ? Un joueur peut être tenté de dévier pendant l'étape de communication pour

* CEREMADE, URA CNRS 749, Université Paris-Dauphine, place du Maréchal-de-Lattre-de-Tassigny, 75016 Paris. E-mail : gossner@ceremade.dauphine.fr.

Revue économique — Vol. 48, N° 3, mai 1997, p. 685-695.

obtenir un meilleur paiement ensuite. Notre but est de définir un protocole robuste comme un ensemble de règles duquel aucun joueur ne peut avoir intérêt à dévier, puis de caractériser ces protocoles.

Différentes technologies, ou mécanismes de communication, peuvent permettre aux joueurs de communiquer. Par exemple, en *cheap talk*, les joueurs envoient de manière répétée des messages publics. Bárány [1992] et Forges [1990] supposent que les joueurs communiquent séquentiellement à travers des lignes téléphoniques (un joueur donné ne peut envoyer de message qu'à un seul joueur à la fois). La communication entre joueurs apparaît aussi dans les jeux répétés avec signaux, où chaque joueur est partiellement informé des actions passées des autres (voir, par exemple, Lehrer [1991]). Comme il n'y a pas de restriction *a priori* sur les signaux du jeu en un coup, nous devons être capables de considérer n'importe quel mécanisme de communication.

Le plus généralement possible, un mécanisme de communication C est une machine qui reçoit des messages envoyés par les joueurs, et qui leur renvoie des signaux privés dépendant stochastiquement des messages. Cette description relativement simple d'un mécanisme de communication permet de modéliser une grande variété de situations ; de même qu'un jeu sous forme normale (décrit par des espaces d'actions et une fonction de paiements) permet d'inclure des possibilités de séquentialité, d'information incomplète, etc. À partir d'un mécanisme de communication C et d'un jeu G, on construit le jeu G étendu par C dans lequel les joueurs envoient des messages à C, reçoivent des signaux en retour, puis jouent dans G. Une structure d'information I est une distribution sur les signaux des joueurs. Un jeu G étendu par une structure d'information I est le jeu dans lequel les joueurs reçoivent des signaux depuis I, puis jouent dans G.

Lorsqu'ils suivent un protocole, les joueurs envoient des messages au mécanisme C, puis calculent de nouveaux signaux appelés signaux traduits en fonction de ceux renvoyés par C. Ces signaux traduits correspondent à l'information significative après avoir communiqué. La distribution des signaux traduits détermine une structure d'information appelée structure d'information générée par le protocole.

Imaginons que les joueurs suivent un protocole afin d'utiliser les signaux générés pour jouer dans un jeu G. Un joueur peut avoir intérêt à changer ses messages ou à calculer différemment son signal traduit afin d'obtenir un meilleur paiement dans G. Pour définir un tel intérêt à dévier du protocole, nous comparons les équilibres de Nash de G étendu par C à ceux de G étendu par la structure d'information générée. Plus précisément, nous dirons qu'un protocole générant la structure d'information I est un *protocole robuste* si pour tout jeu G et tout équilibre de Nash f de G étendu par I, les stratégies suivantes de G étendu par C forment un équilibre de Nash :

– suivre le protocole, générant ainsi des signaux qui auraient pu provenir de I ;

– jouer dans G suivant f (comme si les signaux avaient été envoyés par I).

Nous nous attachons à caractériser les protocoles robustes. Notre principal résultat est qu'un protocole est robuste si et seulement si :

– aucun joueur ne peut changer la distribution des signaux traduits des autres en changeant ses messages ;

Revue économique — Vol. 48, N° 3, mai 1997, p. 685-695.

– aucun joueur ne peut gagner d'information sur les signaux traduits des autres, soit en considérant son signal renvoyé par C plutôt que son signal traduit, soit en changeant ses messages.

Intuitivement, si un joueur peut changer la distribution des signaux traduits des autres, il peut aussi changer la distribution de leurs actions dans un jeu G joué après C, et peut ainsi obtenir un meilleur paiement. D'autre part, lorsqu'un joueur ne peut changer la distribution des signaux traduits des autres, il est encore possible d'obtenir un meilleur paiement en gagnant de l'information sur ces signaux traduits.

EXEMPLE : CHEAP TALK À DEUX JOUEURS

L'exemple le plus simple d'utilisation d'un protocole pour générer une structure d'information est celui du *cheap talk* à deux joueurs.

Supposons que deux personnes décident de passer une soirée ensemble, mais que leurs goûts diffèrent. Alice préfère le théâtre (T), tandis que Blaise préfère le cinéma (C). C'est la situation typique du jeu de la bataille des sexes représenté par la matrice :

	T	C
T	2,1	0,0
C	0,0	1,2

Alice choisit une ligne, Blaise une colonne. L'entrée correspondante de la matrice est la paire (paiement d'Alice, paiement de Blaise).

Une solution équitable est de faire appel à une pièce de monnaie. Alice et Blaise décident d'aller au théâtre si pile apparaît, au cinéma sinon. La pièce de monnaie est une structure d'information dans laquelle les joueurs reçoivent un signal public qui vaut « pile » ou « face », avec probabilité $\frac{1}{2}$ chaque.

Le cas qui nous intéresse est celui où les joueurs ne peuvent pas faire appel à une structure d'information extérieure (pièce de monnaie) mais peuvent communiquer. Dans un premier temps, supposons qu'Alice et Blaise peuvent annoncer simultanément un chiffre, 0 ou 1. Un protocole correspond à ce que Alice et Blaise annoncent chacun 0 ou 1 avec probabilité $\frac{1}{2}$, puis calculent un nouveau signal qui vaut « pile » si la somme des chiffres annoncés est paire, « face » sinon. La structure d'information générée est celle de la pièce de monnaie. De plus, c'est un équilibre de Nash que de suivre le protocole, puis d'aller au théâtre ou au cinéma suivant que « pile » ou « face » est généré. (Aucun joueur ne peut individuellement changer les probabilités avec lesquelles « pile » ou « face » sont obtenus.) Ce protocole est robuste.

Maintenant, voyons le cas d'un mécanisme de communication dans lequel Alice peut envoyer un message à Blaise, mais où Blaise ne peut pas envoyer de message à Alice. Un protocole consiste à ce que Alice envoie à Blaise un message valant « pile » ou « face » avec des probabilités égales, et que ce message soit le signal généré. La structure d'information générée est là aussi celle de la

Revue économique — Vol. 48, N° 3, mai 1997, p. 685-695.

pièce de monnaie. Cependant, ce n'est pas un équilibre de Nash que de suivre ce protocole, puis d'aller au théâtre ou au cinéma suivant que « pile » ou « face » est généré, car Alice aurait intérêt toujours à envoyer le message « pile ». Ce n'est pas un protocole robuste.

MODÈLE

Notations générales

N est l'ensemble fini des joueurs. Pour toute collection d'ensemble $(Z^i)_{i \in N}$, Z et Z^{-i} représentent les produits cartésiens $\Pi_i Z^i$ et $\Pi_{j \neq i} Z^j$. Pour z élément de Z, z^i désigne la i-ème coordonnée de z, et z^{-i} est $(z^j)_{j \neq i} \in Z^{-j}$. Pour tout ensemble topologique W, $\Delta(W)$ représente l'ensemble des probabilités régulières sur W. Si P est une mesure de probabilité $\mathbf{E}_P$ désigne l'opérateur espérance sous P. Lorsque P est une probabilité sur un ensemble produit Z, $P(z)$, $P(z^i)$ et $P(z^{-i})$ désignent respectivement $P(\{z\})$, $P(\{z^i\} \times Z^{-i})$, et $P(\{z^{-i}\} \times Z^i)$.

Premières définitions

Un *jeu compact* $G = ((S^i)_i, g)$ est donné par un ensemble compact de stratégies S^i pour chaque joueur i et par une fonction de paiements continue g : $S \to \mathbb{R}^I \cdot g^i(s)$ est le paiement du joueur i lorsque s est le profil d'actions jouées. L'ensemble des stratégies mixtes du joueur i est $\Sigma^i = \Delta(S^i)$ et g est étendue multi-linéairement à Σ.

Une *structure d'information* $I = ((X^i)_i, \mu)$ est donnée par un ensemble fini X^i de signaux pour chaque joueur i et par une mesure de probabilité μ sur X. Lorsque $x \in X$ est tiré suivant μ, i est informé de la coordonnée x^i.

Un *mécanisme de communication* est un triplet $C = ((T^i)_i, (Y^i)_i, l)$, où T^i est l'ensemble fini des messages du joueur i, Y^i est l'ensemble fini des signaux du joueur i, et $l : T \to \Delta(Y)$ est la fonction de signaux. Lorsque t est le profil de messages envoyés par les joueurs, $y \in Y$ est tiré suivant $l(t)$, et le joueur i est informé de $y^i \cdot \mathcal{T}^i = \Delta(T^i)$ est l'ensemble des messages mixtes du joueur i, l est étendue à $\mathcal{T}$ par $l(\tau)(y) = \mathbf{E}_\tau l(t)(y)$.

Jeux étendus

Aumann [1974] a introduit les jeux étendus par des structures d'information.

DÉFINITION 1. *Étant donné un jeu compact G et une structure d'information I, $\Gamma(I, G)$ est le jeu G* étendu par *I dans lequel :*

- *$x \in X$ est tiré suivant μ, chaque joueur i est informé de x^i*
- *chaque joueur i choisit $\sigma^i \in \Sigma^i$ en fonction de x^i*
- *le profil des paiements est $g(\sigma)$*

Une stratégie pour le joueur i est une application $f^i : X^i \to \Sigma^i$. La fonction de paiements de $\Gamma(I, G)$ est $g_I : f \to \mathbf{E}_\mu g(f(x))$.

On définit de manière similaire un jeu étendu par un mécanisme de communication (voir Forges [1986], Mertens [1994]).

Revue économique — Vol. 48, N° 3, mai 1997, p. 685-695.

DÉFINITION 2. *Étant donné un jeu compact G et un mécanisme de communication C, $\Gamma(C, G)$ est le jeu G* étendu par *C dans lequel :*

- *chaque joueur i envoie message t^i au mécanisme*
- *$y \in Y$ est tiré suivant $l(t)$, chaque joueur i est informé de y^i*
- *chaque joueur i choisit $\sigma^i \in \Sigma^i$ en fonction de y^i*
- *les paiements sont donnés par $g(\sigma)$*

Une stratégie pour le joueur i est donnée par un message mixte $\tau^i \in \mathcal{T}^i$ et par une application $F^i : Y^i \rightarrow \Sigma^i$. La fonction de paiements de $\Gamma(C, G)$ est g_C : $(\tau, F) \rightarrow E_{l(\tau)}\, g(F(y))$.

Protocoles – Protocoles robustes

Un protocole permet de générer une structure d'information à travers un mécanisme de communication.

DÉFINITION 3. *Étant donné un mécanisme de communication C :*

– Une traduction *est une famille $\phi = (\phi^i)_i$ d'applications ϕ^i de Y^i vers un espace de probabilités $\Delta(X^i)$, où X^i est un espace fini.*

– Un protocole *– ou* protocole pour *C – (τ, ϕ) est donné par $\tau \in \mathcal{T}$ et par une traduction ϕ.*

Suivant le protocole (τ, ϕ), chaque joueur i envoie dans un premier temps un message t^i tiré suivant τ^i au mécanisme. Ensuite, si x^i est le signal renvoyé par C, i tire le signal traduit x^i suivant la probabilité $\phi^i(y^i)$.

Lorsque $\Pi_i X^i$ et $\Pi_{j \neq i} X^j$ sont identifiés à des sous-ensembles de $\Delta(X)$ et de $\Delta(X^{-i})$, ϕ définit une application de Y vers $\Delta(X)$, et ϕ^{-i} définit une application de Y^{-i} vers $\Delta(X^{-i})$.

DÉFINITION 4. *Un protocole (τ, ϕ)* génère *la structure d'information $I = (X, \mu)$ définie par les espaces de signaux $(X^i)_i$ et par la probabilité μ image de $l(\tau)$ par ϕ. Explicitement, $\mu(x) = E_{l(\tau)}\phi(y)(x)$.*

À partir d'un protocole (τ, ϕ) générant une structure d'information et de stratégies dans Γ (I, G), il existe une manière naturelle de définir des stratégies dans Γ (C, G). Soit $(\tau^i, (f \circ \phi)^i)$ la stratégie du joueur i dans Γ (C, G) qui consiste à :

– envoyer un message tiré suivant τ^i au mécanisme ;

– tirer un message traduit τ^i suivant $\phi^i(y^i)$ lorsque y^i est le signal renvoyé par le mécanisme ;

– jouer $f^i(x^i)$ dans G (comme si x^i avait été envoyé par $\mathcal{T}$).

DÉFINITION 5. *(τ, ϕ) est* robuste *lorsque pour tout jeu compact G et tout équilibre de Nash f de $\Gamma(\mathcal{T}, G)$, $(\tau, f \circ \phi)$ est un équilibre de Nash de $\Gamma(C, G)$.*

CARACTÉRISATION DES PROTOCOLES ROBUSTES

Notre but est d'obtenir une caractérisation des protocoles robustes qui ne dépende pas d'un jeu auxiliaire G.

Stabilité des marginales

Pour un message mixte $\tau'^i \in \mathcal{T}^i$ du joueur i, soit $m(\tau'^i) \in \Delta(X^{-i})$ la probabilité image de la marginale de $l(\tau'^i, \tau^{-i})$ sur Y^{-i} par ϕ^{-i}. On a $m(\tau'^i)(x^{-i}) = \mathbf{E}_{l(\tau^{-i}, \tau'^i)}\, \phi^{-i}(y^{-i})(x^{-i})$. $m(\tau'^i)(x^{-i})$ est la probabilité que les messages traduits des joueurs $j \neq i$ soient x^{-i} si les joueurs $j \neq i$ suivent le protocole (τ, ϕ) et si i envoie un message tiré suivant la probabilité τ'^i. En particulier, $m(\tau^i)$ est la marginale de μ sur X^{-i}.

PROPOSITION 1. *Si (τ, ϕ) est robuste, alors $m(\tau'^i) = m(\tau^i)$ pour tout joueur i et pour tout $\tau'^i \in \mathcal{T}^i$.*

Si un joueur peut changer la distribution des signaux traduits des autres, il peut changer la distribution de leurs actions dans un jeu après C, et ainsi s'assurer un meilleur paiement.

Si un joueur ne peut pas changer la distribution des signaux traduits des autres, envoyer différents messages le conduit à obtenir différentes informations sur ces signaux traduits. Un joueur peut avoir intérêt à changer la distribution de ses messages afin d'augmenter cette information. Nous comparons ces informations en utilisant la notion de comparaison d'expériences statistiques due à Blackwell ([1951] et [1953]).

Rappels sur la comparaison d'expériences statistiques

Une *expérience statistique* α est une famille de mesures de probabilités $u_1, ..., u_N$ sur la tribu des boréliens d'un espace topologique Z. u_k est la probabilité des signaux reçus par le statisticien quand l'état de la nature est k. Un *problème de décision* est une paire (α, A), où A est un compact de $\mathbb{R}^N$. Les éléments de A représentent des choix possibles pour le statisticien. Le gain[1] associé au choix $a = (a_1, ..., a_N)$ est a_k lorsque l'état de la nature est k. Une *procédure de décision* pour (α, A) est une application f mesurable de Z vers A, f associe un choix à chaque signal. On associe à la procédure de décision $f(z) = (a_1(z), ..., a_N(z))$ un vecteur de gains :

$$v(f) = \left(\int a_1(z)\, du_1, ..., \int a_N(z)\, du_N\right)$$

La k-ème coordonnée de $v(f)$ est le gain escompté si l'état de la nature est k et si la procédure de décision est f. $R_1(\alpha, A)$ représente l'image de $v(f)$ lorsque f décrit l'ensemble des procédures de décisions pour (α, A), et $R(\alpha, A)$ désigne la fermeture convexe de $R_1(\alpha, A)$.

Étant donné deux expériences statistiques α et β, α est *plus informative* que β, et on écrit $\alpha \supset \beta$, lorsque $R(\alpha, A) \supset R(\beta, A)$ pour tout A.

Le résultat principal

Si (τ^{-i}, τ'^i) est le profil des messages mixtes, $l(\tau^{-i}, \tau'^i)$ et ϕ induisent une probabilité $P_{(\tau^{-i}, \tau'^i)}$ sur $Y \times X$. On a $P_{(\tau^{-i}, \tau'^i)}(y, x) = l(\tau^{-i}, \tau'^i)(y)\phi(y)(x)$. L'expé-

1. Blackwell parle de pertes, mais il est plus naturel en théorie des jeux comme en économie de parler en gains.

rience statistique caractérisant l'information du joueur i donnée par son signal y^i sur les signaux traduit x^{-i} des autres joueurs lorsque les joueurs $j \neq i$ suivent le protocole (τ, ϕ) et lorsque la distribution des messages de i est τ'^i est $\gamma_{\tau'^i} = (w_{x^{-i}})_{x^{-i}, P_{(\tau^{-i}, \tau'^i)}(x^{-i}) > 0}$, avec $w_{x^{-i}}(y^i) = P_{(\tau^{-i}, \tau'^i)}(y^i / x^{-i})$.

Lorsque le profil des messages mixtes est τ et si le joueur i ne repose que sur son signal traduit, l'expérience statistique correspondante $\alpha^i = (u_{x^{-i}})_{x^{-i}, \mu(x^{-i}) > 0}$ est définie par $u_{x^{-i}}(x^i) = \mu(x^i / x^{-i})$.

THÉORÈME. *Un protocole* (τ, ϕ) *est robuste si est seulement si :*

(1) Pour tout joueur i et $\tau'^i \in \mathcal{T}^i$, $m(\tau'^i) = m(\tau^i)$

(2) Pour tout joueur i et $\tau'^i \in \mathcal{T}^i$, $\alpha^i \supset \gamma_{\tau'^i}$

La preuve du théorème est essentiellement une réécriture de la comparaison d'expériences statistiques. Nous ne la présentons pas ici, mais nous invitons le lecteur à se référer à d'autres travaux de l'auteur (Gossner [1996a] et [1996b]).

Exemple

Dans le mécanisme de communication C, les ensembles de messages sont {T, M, B} pour le joueur 1 et $\{l, m, r\}$ pour le joueur 2. Chaque joueur reçoit comme signal d'une part son message, et d'autre part un signal défini par la matrice :

	l	m	r
T	a	b	a
M	b	b	c
B	a	c	c

Le protocole (τ, ϕ) pour C est défini par le profil de messages mixtes $(\frac{1}{3}\mathrm{T} + \frac{1}{3}\mathrm{M} + \frac{1}{3}\mathrm{B} + \frac{1}{3}l + \frac{1}{3}m + \frac{1}{3}r)$ et par les fonction de traductions :

$$\phi^1 : \left| \begin{matrix} (\mathrm{T}, a) \\ (\mathrm{M}, b) \to h \\ (\mathrm{B}, c) \end{matrix} \right. \qquad \left| \begin{matrix} (\mathrm{T}, b) \\ (\mathrm{M}, c) \to b \\ (\mathrm{B}, a) \end{matrix} \right.$$

$$\phi^2 : \left| \begin{matrix} (l, a) \\ (m, b) \to g \\ (r, c) \end{matrix} \right. \qquad \left| \begin{matrix} (l, b) \\ (m, c) \to d \\ (r, a) \end{matrix} \right.$$

On représente la structure d'information $\mathcal{T}$ générée par (τ, ϕ) par la matrice :

	g	d
h	1/3	1/3
b	1/3	0

Revue économique — Vol. 48, N° 3, mai 1997, p. 685-695.

Les lignes correspondent aux signaux du joueur 1, les colonnes aux signaux du joueur 2, et chaque entrée représente la probabilité de la case correspondante.

Par propriété de permutation circulaire sur les signaux et sur les fonctions de traduction, ni la probabilité des signaux traduits du joueur 2, ni l'information du joueur 1 sur le signal traduit du joueur 2, ne dépendent du message du joueur 1. On a aussi une propriété symétrique pour le joueur 2. Par conséquent (τ, ϕ) est robuste.

Considérons maintenant le mécanisme de communication C' construit à partir de C dans lequel 1 possède un quatrième message, U. Si 1 envoie le message U, son signal lui révèle le message du joueur 2, tandis que 2 distingue U de T, M, et B. Dans C', chaque joueur est informé de son message et d'un signal public défini par la matrice :

	l	*m*	*r*
T	*a*	*b*	*a*
M	*b*	*b*	*c*
B	*a*	*c*	*c*
U	*d*	*e*	*f*

Un protocole (τ', ϕ') pour C' est défini $\tau' = \tau$ et par :

$$\phi'^1(y^1) = \begin{cases} \phi^1(y^1) & \text{si } y^1 \neq (U, d), (U, e), (U, f) \\ u & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\phi'^2(y^2) = \begin{cases} \phi^1(y^2) & \text{si } y^2 \neq (l, d), (m, e), (r, f) \\ g & \text{si } y^2 = (l, d) \text{ ou } (m, e) \\ d & \text{si } y^2 = (r, f) \end{cases}$$

Supposons que le joueur 1 envoie le message U. Cela n'affecte pas la probabilité des signaux traduits du joueur 2 $\left(\frac{2}{3}g + \frac{1}{3}d\right)$. En revanche, 1 est dans ce cas complètement informé du signal de 2, ainsi que de son signal traduit. Le protocole (τ', ϕ') n'est donc pas robuste.

EXTENSIONS

Mémoire des messages

Dans notre modèle, nous avons supposé que chaque joueur oublie le message qu'il a envoyé au mécanisme au moment où il reçoit son signal. Ceci n'est pas une perte de généralité, car à partir d'un mécanisme de communication C il est possible de construire un mécanisme de communication $\bar{C}$ dans lequel les signaux sont identiques, excepté que chaque joueur reçoit comme information supplémentaire le message qu'il a envoyé au mécanisme.

Revue économique — Vol. 48, N° 3, mai 1997, p. 685-695.

Si $C = ((T^i)_i, (Y^i)_i, l)$, on pose $\bar{C} = ((T^i)_i, (\bar{Y}^i)_i, \bar{l})$, avec $\bar{l}(\tau)(t, y) = \tau(t)\, l(t)(y)$. Par conséquent, l'étude précédente s'applique aussi au cas où chaque joueur possède la mémoire de son message.

Jeux répétés et mécanismes de communication répétés

Un intérêt de l'étude des protocoles de communication est qu'ils jouent un rôle dans les jeux répétés avec signaux. Considérons un jeu sous forme normale $G = ((S^i)_i, g)$. Si on veut étudier des répétitions de G, il est important de spécifier l'information de chaque joueur sur les actions passées des autres. C'est le rôle de la structure de signaux de G, définie par un ensemble de signaux Y^i pour chaque joueur i et par une fonction de signaux $l : S \to \Delta(Y)$. On dit que la structure de signaux est standard lorsque chaque joueur est informé complètement des actions des autres joueurs.

Avec structure de signaux standard, on sait caractériser dans un cadre général l'ensemble des équilibres sous-jeux parfaits d'un jeu G répété un grand nombre de fois (voir, par exemple, Gossner [1995]). Lorsque la structure de signaux n'est pas standard, peu de résultats sont connus. Lehrer [1991] montre que, par rapport à une structure de signaux standard, l'ensemble des paiements d'équilibre d'un jeu répété est affecté essentiellement de deux manières. D'une part, on observe une restriction de cet ensemble du fait qu'il n'est pas entièrement possible de contrôler les actions des joueurs (il existe des déviations indétectables). D'autre part, apparaissent des équilibres utilisant des possibilités de corrélation provenant de la structure de signaux du jeu, augmentant ainsi l'ensemble des paiements d'équilibres.

G muni de sa structure de signaux définit un mécanisme de communication $C = ((S^i)_i, (Y^i)_i, l)$. Construisons le mécanisme de communication $C_n = ((T^i_n)_i, (Y^i_n)_i, l_n)$ qui est la répétition n fois de C. Un signal dans C_n est un n-uplet de signaux de C, Y^i_n est donc le produit cartésien n fois de Y^i. Un élément t_n de T^i_n décrit le comportement du joueur i dans C_n, c'est une famille $(t^i_{n,k})_{1 \leq k \leq n}$ d'applications $t^i_{n,k} : Y^i_{k-1} \to T^i \bullet t_n$ décrit le choix d'un message à chaque étape de la répétition en fonction des signaux passés. Un profil t_n de messages dans C_n induit naturellement une distribution $l_n(t_n)$ sur Y_n.

Considérons l'ensemble[1] D_n des structures d'information qui sont générées robustement par des protocoles pour C_n. Il est clair que $D_n \subset D_{n+1}$. Caractériser l'ensemble limite[2] $D_\infty = \cup_n D_n$ revient à caractériser l'ensemble des corrélations qu'il est possible de générer robustement dans des répétitions de C, et constitue une étape importante pour la caractérisation des paiements d'équilibre des répétitions de G.

1. Le terme « ensemble » est en fait incorrect puisque l'ensemble des structures d'information ne peut-être défini que comme sous ensemble de l'« ensemble des ensembles ». On résout cette difficulté en fixant un espace de signaux pour toutes les structures d'information.

2. Pour une topologie à définir.

Revue économique — Vol. 48, N° 3, mai 1997, p. 685-695.

CONCLUSION

Notre étude est en rapport avec les travaux de Bárány [1992], de Lehrer [1996], de Lehrer et Sorin [1994], et de Vieille [1995]. Bárány [1992] montre que s'il y a au moins quatre joueurs qui communiquent à travers des « lignes téléphoniques », toute structure d'information à coefficients rationnels peut être générée en un nombre fini d'étapes. Les protocoles utilisés par Bárány ne sont pas robustes, car il suppose que les communications sont enregistrées et qu'il est possible de vérifier ensuite les messages échangés. Lehrer [1996] et Lehrer et Sorin [1994] montrent que pour toute structure d'information $\mathcal{T}$ à coefficients rationnels, il existe un mécanisme C et un protocole pour C qui génère $\mathcal{T}$. Les mécanismes considérés sont déterministes (les signaux dépendent de manière déterministe des messages), et les conditions requises sur les protocoles impliquent qu'ils sont robustes.

Dans notre approche, au lieu de chercher un mécanisme et un protocole qui génèrent robustement une structure d'information donnée, nous sommes parti d'un mécanisme et avons caractérisé les structures d'information générées robustement à travers ce mécanisme.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

AUMANN R.J. [1974], « Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies », *Journal of Mathematical Economics*, 1, p. 67-95.

AUMANN R.J. [1987], « Correlation Equilibrium as An Expression of Bayesian Rationality », *Econometrica*, 55, p. 1-18.

BÁRÁNY I. [1992], « Fair Distribution Protocols or How the Players Replace Fortune », *Mathematics of Operations Research*, 17, p. 327-340.

BLACKWELL D. [1951], « Comparison of Experiments », *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, University of California Press, p. 93-102.

BLACKWELL D. [1953], « Equivalent Comparison of Experiments », Annals of Mathematical Statistics, 24, p. 265-272.

FORGES F. [1986], « An Approach to Communication Equilibria », *Econometrica*, 54, p. 1375-1385.

FORGES F. [1990], « Universal Mechanisms », *Econometrica*, 58, p. 1341-1364.

GOSSNER O. [1995], « The Folk Theorem for Finitely Repeated Games with Mixed Strategies », *International Journal of Game Theory*, 24, p. 95-107.

GOSSNER O. [1996], *Jeux répétés et mécanismes de communication*, thèse, Université Paris VI.

GOSSNER O. [1996], « Comparison of Information Structures », *mimeo.*

GOSSNER O. [1996], « Safe Protocols », *mimeo.*

LEHRER E. [1991], « Internal Correlation in Repeated Games », *International Journal of Game Theory*, 19, p. 431-456.

Revue économique — Vol. 48, N° 3, mai 1997, p. 685-695.

LEHRER E. [1996], « Mediated Talk », *International Journal of Game Theory*, 25, p. 177-188.

LEHRER E., SORIN S. [1994], « One Shot Public Mediated Talk », *mimeo.*

MERTENS J.F. [1994], « Correlated-and communication equilibria », dans MERTENS J.F., SORIN S. (eds), *Game-Theoretic Methods in General Equilibrium Analysis*, NATO ASI Serie, p. 243-248.

VIEILLE N. [1995], « Cheap Talk With Imperfect Channel », *mimeo.*